



Рівняння математичної фізики (ПО-9)

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

1. Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>10 Природничі науки</i>
Спеціальність	<i>105 Прикладна фізика та наноматеріали</i>
Освітня програма	<i>Прикладна фізика</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>ECTS – 3, Годин – 90, Лекції – 36, Практичні – 18, СРС – 36</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік, мкр, РР</i>
Розклад занять	<i>Лекції 2 години на тиждень, Практичні 1 година на тиждень</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: Д.ф.-м.н., професор, Жданов Валерій Іванович http://phes.ipt.kpi.ua/zhdanov-valerij-ivanovych Практичні: к.ф.-м.-н., старший викладач, Катасонов Антон Анатолійович, http://phes.ipt.kpi.ua/katasonov-anton-anatolijovych</i>
Розміщення курсу	https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=3809

2. Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Курс «Рівняння математичної фізики» є необхідним етапом базової фізико-математичної освіти і закладає основу для подальшого навчання. Основна мета курсу – дати відомості про основні властивості розв'язків різних типів рівнянь із частинними похідними, що моделюють процеси у фізичних системах, детальний розгляд рівнянь, що потрібні в подальших курсах, зокрема, у курсі теоретичної фізики, а також оволодіння методами пошуку розв'язків базових рівнянь математичної фізики. Для опанування методів математичної фізики введено такі розділи, як елементи теорії узагальнених функцій та перетворення Фур'є та теорія лінійних операторів у гільбертовому просторі.

Силабус навчальної дисципліни дозволяє передбачити необхідні навчальні завдання та активності, які потрібні студентам для досягнення очікуваних результатів навчання, а потім максимально збільшити можливості студентів досягти бажаних результатів.

Силабус побудований таким чином, що для виконання кожного наступного завдання студентам необхідно застосовувати навички та знання, отримані у попередньому. Важливу роль відіграє розрахункова робота з обов'язковим захистом, для виконання якого студенти використовують теоретичні знання та застосовують практичні навички, отримані під час виконання всіх видів завдань та активної участі на практичних заняттях. Особлива увага приділяється

принципу заохочення студентів до активного навчання, у відповідності з яким студенти мають працювати над практичними завданнями.

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента з метою засвоєння студентами матеріалу та розвитку у них практичних навичок розв'язання задач.

Під час навчання застосовуються активні форми і методи навчання та евристичні методи.

Для більш ефективного розуміння структури навчальної дисципліни та засвоєння матеріалу використовуються комунікації через інтернет, за допомогою якого спрощується розміщення та обмін навчальним матеріалом, здійснюється надання зворотного зв'язку студентам стосовно навчальних завдань та змісту навчальної дисципліни, оцінюються навчальні завдання студентів, ведеться облік виконання студентами плану навчальної дисципліни, виконання навчальних завдань та оцінювання студентів.

Програмні результати навчання

В результаті вивчення навчальної дисципліни «Рівняння математичної фізики» в студента формуються відомості про основні рівняння математичної фізики та їх властивості, які використовуються у подальших курсах, та, на цій основі, вміння розв'язувати типові задачі.

В тому числі, студент повинен **знати**:

1. Загальні поняття про рівняння математичної фізики, їх класифікацію, граничні умови, поняття про стійкість та коректну постановку задач;
2. Визначення лінійного та унітарного (предгільбертового) простору, нерівність Коши-Буняковського (виведення), нерівність трикутника (виведення), поняття збіжності, типи збіжності, простори L^1 та L^2 ;
3. Властивості лінійних операторів в гільбертовому просторі, обмежені оператори, принцип стискаючих відображень;
4. Визначення спектру оператора, теореми про власні значення та власні функції симетричних операторів (властивості й доводити);
5. Властивості об'ємного потенціалу та суміжні інтегральні співвідношення, неперервна залежність від параметрів задачі (доведення);
6. Теореми про гармонічні функції (знати й виводити співвідношення);
7. Єдиність розв'язків рівнянь Лапласа та Пуассона (доведення);
8. Розв'язок рівняння Гельмгольца з умовами Зоммерфельда (доведення);
9. Розв'язок рівняння теплопровідності у нескінченному просторі (R^n), виведення, властивості;
10. Доведення єдиності для розв'язків рівняння теплопровідності з граничними умовами у скінченній області, неперервна залежність від початкових умов;
11. Розв'язок задачі Коші для хвильового рівняння з джерелом (формула Кірхгофа, виведення, властивості);
12. Простори основних та узагальнених функцій (УФ) та їх властивості, операції з УФ;
13. Приклади послідовностей, що дають дельта-функцію, формули Сохоцького;
14. Фундаментальні розв'язки операторів Лапласа, Гельмгольца, хвильового оператора (тривимірний простір).

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Студент повинен вміти:

1. Знаходити розв'язки задачі Штурма-Ліувілля і власні значення найпростіших диференціальних операторів на скінченному інтервалі однієї змінної;

2. Проводити розклади функцій однієї змінної по розв'язкам задач Штурма-Ліувілля;
3. Розв'язувати рівняння з диференціальними операторами першого і другого порядків у скінченній області однієї змінної за допомогою розкладів по повним системам функцій;
4. Застосовувати методи розділення змінних до рівнянь Пуассона, теплопровідності, хвильового рівняння у скінченній просторовій в декартових, сферичних та циліндричних координатах для зведення до одновимірних задач Штурма-Ліувілля;
5. Оперувати з узагальненими функціями.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності

ФК 5 Здатність до постійного розвитку компетентностей у сфері прикладної фізики, інженерії та комп'ютерних технологій.

ФК 7 Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.

ФК 10 Здатність розуміти та застосовувати апарат спеціальних розділів математики для розв'язання проблем прикладної фізики, моделювати фізичні процеси і системи, використовуючи статистичні та стохастичні методи, комп'ютерну графіку, та представляти результати моделювання.

Програмні результати навчання

ПРН 2 Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів.

ПРН 16 Знання методів аналізу випадкових процесів, теорії ймовірності і математичної статистики, програмування, комп'ютерної графіки, прикладних програм і методів обчислень, методів розв'язання рівнянь математичної фізики, теорії функції комплексної змінної, тензорного аналізу, для розуміння сучасних фізичних теорій і розв'язання проблем прикладної фізики та моделювання процесів, що відбуваються в фізико-технічних системах.

3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1. Базові поняття та визначення.

Тема 2. Гільбертів простір.

Тема 3. Еліптичні рівняння.

Тема 4. Рівняння параболічного типу.

Тема 5. Гіперболічні рівняння.

Тема 6. Узагальнені функції.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна:

1. Рівняння математичної фізики: [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. / В.Г.Бондаренко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського,—Електронні текстові дані {1 файл : }.—Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018.—100 с
2. Рівняння математичної фізики : посібник до практичних занять і самостійної роботи / Н. С. Грудкіна, С. О. Шевцов. — Краматорськ : ДДМА, 2019. — Ч. I. — 47 с

3. Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Програмні результати навчання, контрольні заходи та терміни виконання оголошуються студентам на першому занятті.

№ з/п	Тема	Програмні результати навчання	Основні завдання	
			Контрольний захід	Термін виконання
1.	Тема 1. Базові поняття та визначення.	№1, 15-18	ПК*	щотижнево
2.	Тема 2. Гільбертів просторі.	№1-3,16	ПК*	щотижнево
3.	Тема 3. Еліптичні рівняння.	№1, 5-8,15,18	ПК*	щотижнево
4.	Тема 4. Рівняння параболічного типу.	№1,9,10,15-18	ПК*	щотижнево
5.	Тема 5. Гіперболічні рівняння.	№1,11, 15-18	ПК*	щотижнево
6.	Тема 6. Узагальнені функції.	№1, 12-14,19	ПК*	щотижнево
7.	РГР		Р/Р	Кінець семестру
8.	МКР		К/Р	Кінець семестру
9.	Залік		Залік	Кінець семестру

ПК*: Поточний контроль: тестові завдання, обговорення на практичних заняттях.

За узгодженням зі студентами час проведення контрольних заходів та розрахункової роботи може бути змінений; також розрахункова робота може бути розбита на 2-3 частини, які виконуються в різні терміни.

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Самостійна робота студентів включає:

- участь у факультетській, університетській, національній олімпіаді з дисципліни;

Подання на заохочення студента може бути надано лектором, викладачем, що проводить практику або лабораторні роботи, викладачем, що курує участь в олімпіаді. Кількість балів, якими заохочується студент, визначається консенсусом всіх викладачів з дисципліни. Таким же чином визначаються чинники, за які можуть бути зараховані заохочувальні бали (що не передбачені в наведеному списку) та в окремих випадках зняті раніше отримані штрафні бали.

4. Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

1. Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Згідно з Положенням про PCO про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського https://osvita.kpi.ua/sites/default/files/downloads/Pologennia_RSO_2022.pdf, здобувачі, які виконали всі умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку **60 і більше балів**, отримують відповідну до набраного рейтингу оцінку без додаткових випробувань. Зі здобувачами, **які виконали всі умови допуску до заліку** та мають рейтингову оцінку **менше 60 балів**, а також з тими здобувачами, хто бажає підвищити свою рейтингову оцінку, на

останньому за розкладом занятті з дисципліни в семестрі викладач проводить семестровий контроль у вигляді залікової контрольної роботи або співбесіди.

Час проведення контрольних заходів та розрахункової роботи може бути змінений; також розрахункова робота може бути розбита на 2-3 частини, які виконуються в різні терміни.

Система оцінювання

№ з/п	Контрольний захід	Максимальний бал
1.	Перша частина розрахункової роботи із захистом	20
2.	Друга частина розрахункової роботи із захистом	20
2.	Контрольна робота з практики (із захистом)	20
3.	Активність на лекційних та семінарських заняттях	10
	Колоквіум (контрольна робота з теорії із захистом)	40
	Максимальний бал за семестр	100

Результати контрольних заходів оголошуються кожному студенту усно або в дистанційній формі та супроводжуються позитивними коментарями та зауваженнями стосовно помилок.

Семестрова атестація студентів

Обов'язкова умова допуску до заліку		Критерій
1	Поточний рейтинг	$RD \geq 25$

Необов'язкові умови допуску до заліку:

1. Активність на лекційних та семінарських заняттях.
2. Відвідування лекційних занять.
3. Відвідування практичних занять.
4. Виконання тематичних завдань.

Таблиця переведення рейтингових балів диференційованого заліку до оцінок за університетською шкалою ¹

Рейтингові бали, RD	Оцінка за університетською шкалою	Можливість отримання оцінки «автоматом»
$95 \leq RD \leq 100$	Відмінно	+
$85 \leq RD \leq 94$	Дуже добре	+
$75 \leq RD \leq 84$	Добре	+
$65 \leq RD \leq 74$	Задовільно	+
$60 \leq RD \leq 64$	Достатньо	+
$RD < 60$	Незадовільно	–
Невиконання умов допуску	Не допущено	–

¹ Оцінювання результатів навчання здійснюється за рейтинговою системою оцінювання відповідно до рекомендацій Методичної ради КПІ ім. Ігоря Сікорського, ухвалених протоколом №7 від 29.03.2018 року.

Відвідування занять

Відвідування лекцій та практичних занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання семестрового індивідуального завдання (ДКР) та тематичних завдань. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.

Пропущені контрольні заходи

Результат модульної контрольної роботи для студента(-ки), який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. У такому разі, студент(-ка) має можливість написати модульну контрольну роботу, але максимальний бал за неї буде дорівнювати 50% від загальної кількості балів. Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

Тематичне завдання, яке подається на перевірку з порушенням терміну виконання, не оцінюється.

Календарний рубіжний контроль

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем. Метою проведення атестації є підвищення якості навчання студентів та моніторинг виконання графіка освітнього процесу студентами ².

Критерій	Перша атестація	Друга атестація
Термін атестації ³	8-ий тиждень	14-ий тиждень
Модульна контрольна робота	+	+
Розрахункова робота	-	+
Умови атестації: поточний рейтинг ⁴	≥ 10 балів	≥ 20 балів

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

² Рейтингові системи оцінювання результатів навчання: Рекомендації до розроблення і застосування. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 20 с.

³ Там само.

⁴ Там само.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши з яким критерієм не погоджуються відповідно до оцінок та/або зауважень.

Інклюзивне навчання

Навчальна дисципліна «Рівняння математичної фізики» може викладатися для більшості студентів з особливими освітніми потребами, окрім студентів з серйозними вадами зору, які не дозволяють виконувати завдання за допомогою персональних комп'ютерів, ноутбуків та/або інших технічних засобів.

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Задачі на модульну контрольну роботу

Перший етап:

Варіант 1

Завдання 1

$$\begin{aligned}u_t &= 9u_{xx} + xt, \quad x \in (0; \pi), \quad t > 0; \\u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \\u(x, 0) &= \cos\left(\frac{5x}{2}\right).\end{aligned}$$

Завдання 2

$$\begin{aligned}u_t &= a^2 u_{xx} + 3t, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0; \\u(0, t) &= 1, \quad u(1, t) = t; \\u(x, 0) &= 1 - x + \sin(4\pi x).\end{aligned}$$

Завдання 3

Привести до канонічного виду в кожній області де зберігається тип рівняння, що розглядається

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 9u_x + 9u_y - 9u = 0$$

Варіант 2

Завдання 1

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + 3 \sin(2x), \quad x \in (0; \pi), \quad t > 0; \\u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \\u(x, 0) &= 10 \sin x + \sin 7x.\end{aligned}$$

Завдання 2

$$\begin{aligned}u_t &= a^2 u_{xx} + 2xt, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0; \\u_x(0, t) &= 2t, \quad u(1, t) = t; \\u(x, 0) &= \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)\end{aligned}$$

Завдання 3

Привести до канонічного виду в кожній області де зберігається тип рівняння, що розглядається

$$2u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} + 7u_x + 4u_y - 2u = 0$$

Другий етап:

Варіант 1

Завдання 1

Знайти розв'язок граничної задачі

$$\begin{aligned}u_{xx} + u_{yy} &= 0, \quad x \in (0; l), \quad y \in (0; s); \\u_x(0, y) &= u(l, y) = 0; \\u(x, 0) &= 0, \quad u(x, s) = Bx\end{aligned}$$

Завдання 2

Знайти розв'язок рівняння

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0; \\u|_{t=0} &= x^2, \quad -\infty < x < \infty, \\u_t|_{t=0} &= 4x.\end{aligned}$$

Завдання 3

Знайти розподіл температури в тонкій прямокутній пластині розмірів $[0; \pi] \times [0; \pi]$ $[0; \pi] \times [0; \pi]$, якщо її початкова температура дорівнює $u(x, y, 0) = 6\sin(x)\sin(3y)$ $u(x, y, 0) = 6\sin(x)\sin(3y)$, а її границя підтримується при температурі, що дорівнює нулю.

Завдання 4

Знайти гармонічну функцію в середині кулі, таку що:

$$u|_{r=R} = 3 + \cos^2 \theta, \quad r < R.$$

Варіант 2

Завдання 1

Знайти розв'язок граничної задачі

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x \in (0; l), \quad y \in (0; s),;$$

$$u(0, y) = u; \quad u_x(l, y) = 0;$$

$$u_y(x, 0) = T \sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right), \quad u(x, s) = 0.$$

Завдання 2

Знайти розв'язок рівняння

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0;$$

$$u \Big|_{t=0} = 3x^2, \quad -\infty < x < \infty,$$

$$u_t \Big|_{t=0} = 8x.$$

Завдання 3

Знайти розподіл температури в тонкій прямокутній пластині розмірів $[0; \pi] \times [0; \pi]$ $[0; \pi] \times [0; \pi]$, якщо її початкова температура дорівнює $u(x, y, 0) = 6\sin(x)\sin(3y)$ $u(x, y, 0) = 4\sin(2x)\sin(4y)$ $u(x, y, 0) = 4\sin(2x)\sin(4y)$, а її границя підтримується при температурі, що дорівнює нулю.

Завдання 4

Знайти гармонічну функцію в середині кулі, таку що:

$$u \Big|_{r=R} = A \cos \theta.$$

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено проф. д.ф.-м.н., Жданов В.І., ст.в икл, к.ф.м.н. Катасонов А.А.

Ухвалено кафедрою прикладної фізики (протокол № 11 від 15.06.2023р.)

Затверджено Методичною комісією НН Фізико-технічного інституту (протокол № 6 від 29.06.2023р.)